EFFETTO DOPPLER

Formule preliminari: $\lambda = V\,T \qquad \nu = \dfrac{1}{T} \qquad \nu = \dfrac{V}{\lambda}$

[λ = *lunghezza d'onda,* V = *velocità di propagazione,* T = *periodo,* ν = *frequenza*]

L'effetto Doppler è uno dei fenomeni caratteristici delle onde, come l'interferenza e la diffrazione. Si manifesta anzitutto in acustica ed è stato osservato per la prima volta studiando le onde sonore, ma avviene in tutti i fenomeni ondulatori. Quando una sorgente sonora (per esempio, la sirena di un'auto della polizia, il rumore del motore di un veicolo, ecc.) si avvicina inizialmente ad un ascoltatore, raggiungendo una distanza minima e poi si allontana, si avverte una variazione dell' *altezza* del suono (da acuto, diventa più grave). La variazione del tono avviene quasi istantaneamente, nel momento in cui la sorgente è più vicina all'osservatore. L'altezza del suono corrisponde alla *frequenza* della vibrazione sonora; aumentando la frequenza, aumenta anche l'altezza del suono. Si deduce che la frequenza del suono percepita deve essere maggiore quando la sorgente si avvicina all'uditore, minore quando si allontana: il cambiamento improvviso della frequenza, che avviene alla minima distanza dall'osservatore, viene avvertito come variazione del tono. È quindi necessario ammettere che la *frequenza percepita* (detta anche *frequenza di ricezione*) sia diversa da quella *di emissione* della sorgente, cioè dalla frequenza con cui la stessa sorgente vibra.

Generalizzando a tutti i fenomeni ondulatori, l'effetto Doppler può essere spiegato in base alla *dipendenza della frequenza di ricezione dalla velocità relativa della sorgente rispetto all'osservatore*.

Negli esempi precedenti, si è preso in considerazione il caso di una sorgente sonora in moto rispetto ad un osservatore, considerato fermo. In realtà, può verificarsi il caso inverso.

L'effetto Doppler deve essere discusso tenendo presente che, *generalmente*, un'onda si propaga in un mezzo elastico (vi è una eccezione particolarmente significativa, e cioè il caso delle *onde elettromagnetiche*, quali le onde radio, le microonde, l'infrarosso, la luce visibile ecc., che possono propagarsi nel vuoto e quindi non necessitano di un supporto materiale, in quanto non sono oscillazioni di particelle materiali: anche per queste si può osservare l'effetto Doppler, sia pure sotto modalità leggermente diverse). Bisogna quindi considerare tre elementi: la sorgente, il *ricevitore* (che può essere anche uno strumento) e il *mezzo* nel quale l'onda si propaga. Se assumiamo che questo sia fermo, vi sono tre possibilità:

1. la sorgente è in moto rispetto al mezzo, e il ricevitore (l'*uditore*, se è una persona) fermo;
2. la sorgente è ferma, e il ricevitore in moto;
3. entrambi si muovono rispetto al mezzo.

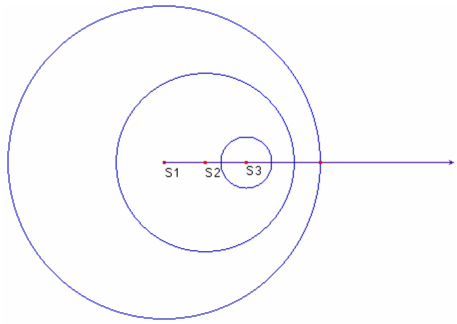
Il terzo caso è una combinazione dei due precedenti, e quindi è sufficiente trattare questi.

Per considerare il primo caso, immaginiamo, per semplificare la discussione, che la sorgente si muova con velocità costante verso il ricevitore, lungo una retta che passa per il punto che rappresenta il ricevitore. Indichiamo la sorgente con S e il ricevitore con O. Inoltre, V_S è la velocità di S rispetto al mezzo, ν la frequenza di emissione della sorgente, ν_O la *frequenza di ricezione* che sarà maggiore di ν se S si avvicina a O, minore se si allontana. Supponiamo infine che V_S sia positiva se S si avvicina a O, negativa in caso contrario.

Si deve anzitutto esaminare il fenomeno da un punto di vista qualitativo. L'onda, una volta staccatasi dalla sorgente, si espande in tutte le direzioni con velocità V. *Tale velocità è determinata dalle caratteristiche fisiche del mezzo, e non dipende dal moto relativo di S rispetto al mezzo*. Questo è il fatto fondamentale su cui si basa la spiegazione dell'effetto Doppler. Vibrando, S crea di continuo creste e gole. Consideriamo p.es. le creste. Se S fosse ferma, tutti i fronti d'onda partirebbero dallo stesso punto, intervallati da un periodo $T = \frac{1}{\nu}$, e separati, nello spazio, da una distanza uguale alla lunghezza d'onda λ.

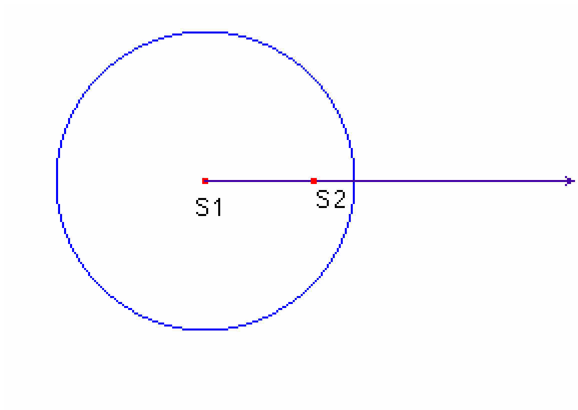
Invece, una sorgente in movimento produrrà due creste consecutive da posizioni S_1 e S_2 diverse, e che S si avvicini a O. Ammettiamo che la velocità della sorgente sia minore di quella dell'onda (questo non è sempre vero: una sorgente sonora può essere *ultrasonica* ; in tal caso, però, non si ha un effetto Doppler), cioè supponiamo $V_S < V$. Le onde che dalla sorgente si muovono verso l'osservatore, precedono la sorgente, e la distanza tra due creste consecutive (cioè differenziate di un periodo) è *minore* di λ. Al contrario, le creste nella direzione opposta appaiono separate da una distanza superiore a λ, che potremmo definire come *lunghezza d'onda naturale.*

Perciò, i fronti d'onda sono ravvicinati nel senso di avanzamento dell'onda, e quindi nell'unità di tempo il ricevitore sarà colpito da un maggiore numero di onde rispetto al caso in cui la sorgente è ferma; mentre avviene il contrario, se fosse situato nella direzione opposta [*vedi disegno*].



Si può quindi interpretare l'effetto Doppler (nel caso 1) come conseguenza della variazione della λ di ricezione, rispetto a quella "naturale". Poiché la frequenza è inversamente proporzionale alla lunghezza d'onda, la riduzione di λ implica un aumento della ν, e viceversa.

Si tratta ora di trovare una legge quantitativa che esprima il rapporto tra la frequenza di ricezione e la frequenza di emissione della sorgente. A questo scopo, calcoliamo la lunghezza d'onda misurata dal ricevitore. Immaginiamo che la sorgente generi un'onda a partire dalla posizione S_1. Dopo un periodo, produce una seconda onda, a partire da S_2. L'onda generata in S_1 ha, durante questo periodo, percorso una distanza $V{\cdot}T$, mentre la sorgente si è spostata di $V_S{\cdot}T$. Dato che supponiamo $V > V_S$, la distanza tra il fronte dell'onda generata in S_1 e il punto S_2 da cui parte la seconda sarà la differenza, cioè $(V - V_S)\ T$. Questa è la distanza tra due creste consecutive, cioè è la lunghezza d'onda misurata dal ricevitore, che indichiamo con $\lambda_{.O}$.



Essendo la lunghezza d'onda naturale $\lambda = VT$, si ottiene il rapporto tra lunghezza λ_O di ricezione e quella "naturale" λ :

$$\frac{\lambda_O}{\lambda} = \frac{V - V_S}{V}$$

(il periodo T si semplifica). Ora, dato che frequenza e lunghezza d'onda sono inversamente proporzionali, il rapporto $\frac{\nu}{\nu_0}$ sarà il reciproco di $\frac{\lambda}{\lambda_0}$ e quindi abbiamo la formula

$$\frac{\nu_O}{\nu} = \frac{V}{V - V_S}$$

dalla quale si deduce che, essendo il denominatore minore del numeratore, $\frac{\nu_O}{\nu}$ sarà > 1, cioè $\nu_O > \nu$, come previsto dalla discussione qualitativa.

È chiaro che, nel caso in cui la sorgente si allontani dall'osservatore, la velocità di S debba essere considerata negativa: infatti, in questo caso, la distanza percorsa da S in un periodo si aggiunge alla λ e quindi avremo $\lambda_O = \lambda + V_S \cdot T$, cioè un'espressione ottenuta dalla precedente sostituendo V_S con $-V_S$. In questo caso il risultato finale assume la forma

$$\frac{\nu_O}{\nu} = \frac{V}{V + V_S}$$

[la formula precedente, $\frac{\nu_O}{\nu} = \frac{V}{V - V_S}$, vale in tutti i casi, se alla sorgente che si allontana si attribuisce una velocità V_S negativa]

Le formule dell'effetto Doppler hanno senso solo se $V_S < V$. Se $V_S = V$ il denominatore sarebbe nullo (frequenza di ricezione infinita), il che sembra corrispondere a un caso fisicamente impossibile. In realtà, in questo caso le onde prodotte dalla sorgente non riescono a separarsi dalla sorgente stessa, almeno nel senso in cui l'onda procede. Nel caso dell'onda sonora, quando la sorgente raggiunge la velocità di propagazione del suono, si parla di *muro del suono*. Si tratta evidentemente di una situazione nella quale la sorgente è sottoposta a vibrazioni piuttosto violente.

Nel caso $V_S > V$, la sorgente supera le onde prodotte negli istanti precedenti e non si può parlare di effetto Doppler, se si considera il verso di avanzamento dell'onda; deve perciò essere

$-\infty < V_S < V$.

Resta da esaminare il secondo caso (sorgente ferma, ricevitore in moto rispetto al mezzo). Essendo S ferma, le onde partono sempre dalla stessa posizione, e non vi è variazione della λ . Indichiamo adesso con U la velocità del ricevitore in moto rispetto al mezzo e con V la velocità di propagazione dell'onda. Se O si avvicina a S, nell'unità di tempo sarà investito da un maggior numero di onde, il contrario se si allontana da S. Perciò la *frequenza di ricezione* aumenta e diminuisce, rispettivamente, nei due casi, rispetto a quella di emissione, proprio come nel caso precedentemente discusso. La causa del fenomeno (e anche la legge quantitativa che lo esprime) è però diversa, in quanto nel secondo caso la λ resta invariata, mentre *cambia la velocità di propagazione misurata dal ricevitore*. Infatti, dal punto di vista del ricevitore le onde prodotte dalla sorgente hanno una velocità relativa $V + U$ se si muove verso la sorgente, $V - U$ se si allontana. Dato che la lunghezza d'onda è legata alla frequenza dalla relazione generale $\lambda = \frac{V}{\nu}$ da cui $\nu = \frac{V}{\lambda}$, considerando anche il moto del ricevitore si ottiene che la frequenza misurata o percepita sarà

$$\nu_O = \frac{V \pm U}{\lambda}$$

(si prende il segno + se si avvicina a S, - se si allontana).

La λ resta invariata, dato che non dipende dal moto del ricevitore, e quindi il rapporto tra la frequenza effettivamente percepita ν_O e quella di emissione ν è data da

$$\frac{\nu_O}{\nu} = \frac{V + U}{V} \qquad U > 0 \text{ se O si avvicina a S, altrimenti } U < 0$$

risultato che conferma la discussione qualitativa.

* * *

Ragionamento alternativo, basato sui tempi, nel caso in cui S si muove e O è fermo

Supponiamo ancora che S si avvicini a O lungo una retta passante per O. In un istante t S emette una cresta, quella successiva viene emessa dopo un tempo uguale al periodo di vibrazione della sorgente, cioè T. La seconda cresta deve percorrere una distanza minore per raggiungere O, quindi impiega meno tempo di quanto ne aveva impiegato la prima. Questo *anticipo* del tempo è uguale al rapporto tra la distanza percorsa da S durante un periodo e la velocità di propagazione dell'onda V, cioè $\frac{V_S T}{V}$.

Il periodo T_O misurato dal ricevitore è quindi minore di quello della sorgente, perché la seconda cresta giunge al ricevitore prima rispetto al caso in cui S è ferma, e si ottiene proprio sottraendo da T l'anticipo del tempo, per cui

$$T_O = T - \frac{V_S T}{V} = T(1 - \frac{V_S}{V}) = T(\frac{V - V_S}{V})$$

e si ottengono le formule già trovate prima.