

LA CADUTA DEI GRAVI SECONDO GALILEO

di Ezio Fornero

1

Il problema del moto di un corpo soggetto solo all'azione della gravità è uno dei più importanti e significativi nella storia della Fisica, e la sua corretta impostazione, ad opera soprattutto di Galileo (1564-1642), costituisce un momento essenziale dell'inizio della Fisica moderna.

Oggi è ben noto e quasi ovvio che

- 1) se si trascura la resistenza dell'aria, un corpo prossimo alla superficie terrestre in caduta libera scende lungo la verticale con un moto uniformemente accelerato;*
- 2) il valore dell'accelerazione di gravità (indicato solitamente con la lettera "g") non dipende dal peso del corpo, nel senso che tutti gli oggetti situati nello stesso luogo hanno la stessa accelerazione di gravità;*
- 3) dipende invece - sia pure di poco - dalla latitudine (il suo valore è - in media - $9,806 \text{ m/s}^2$). Gli studi di Galileo riguardano solo i primi due punti. Inoltre, la gravità è una forza universale, nel senso che ogni corpo è attratto da tutti gli altri corpi e nello stesso tempo li attira; p.es., il Sole, attirando a sé i pianeti, li costringe a muoversi lungo traiettorie chiuse. Anche questo aspetto non fa parte dei risultati conseguiti da Galileo; la prima teoria della gravitazione è opera di Newton, che la propose circa 40 anni dopo la morte di Galileo.*

Per quanto riguarda il punto 1), vi sono molte esperienze che lo confermano con estrema precisione, attraverso la misura di 'g' con un piccolissimo errore percentuale. Prove di questo tipo furono - sembra - effettuate dallo stesso Galileo, che misurò i tempi di caduta dalla stessa altezza di oggetti di peso diverso, ma comunque piuttosto pesanti (in modo da ridurre al minimo l'effetto frenante dell'aria, che influisce di più su corpi molto leggeri). Egli scoprì che le differenze tra i tempi di caduta erano piccolissime rispetto alla differenza dei pesi, e concluse che, se non fosse per la resistenza dell'aria, tutti i gravi cadrebbero dalla stessa altezza esattamente nello stesso tempo. Successivamente fu possibile osservare la caduta di corpi di peso molto differente (per esempio, una piuma e una pallina di piombo) in ambiente sotto vuoto; questo metodo non era però alla portata della tecnica del XVII secolo. Nel vuoto, oggetti diversi cadono affiancati raggiungendo simultaneamente il fondo (a questo scopo, si può utilizzare il cosiddetto 'tubo di Newton', un recipiente trasparente di forma cilindrica dal quale è stata tolta l'aria.. Inizialmente, gli oggetti di cui si vuole confrontare il moto di caduta sono all'estremità inferiore del tubo, tenuto in posizione verticale. Questo viene rovesciato di colpo, e si vedono i due corpi - uno pesante, l'altro molto più leggero - cadere simultaneamente).

Un po' più sofisticato è l'uso del pendolo semplice, intendendosi con ciò un oggetto attaccato mediante un filo inestensibile a un punto fisso e lasciato oscillare su un arco di circonferenza sotto l'azione della sola gravità (e, ovviamente, della resistenza dell'aria, la quale può comunque essere trascurata). Mediante semplici esperienze si verifica che la durata delle oscillazioni di piccola ampiezza (detta 'periodo') dipende dalla lunghezza del filo e da 'g', ma non dal peso del corpo. Ovviamente, se a pesi diversi corrispondessero accelerazioni di caduta diverse, anche le loro oscillazioni avrebbero periodo diverso, perché una maggiore accelerazione determina un periodo minore. Si deve concludere che tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione, indipendente dal peso.

Questo risultato può sembrare paradossale, dato che è ragionevole identificare nel peso la causa immediata della caduta dei corpi; e infatti - prima degli studi di Galileo - era opinione diffusa

anche tra persone considerate esperte che pesi diversi, lasciati cadere dallo stesso punto, non impiegavano lo stesso tempo per raggiungere il suolo, e che i corpi più pesanti cadessero più rapidamente.

2

Il concetto del mondo fisico proprio dei contemporanei di Galileo è parte della filosofia aristotelica, integrata dal sistema tolemaico (che, di per sé, è un insieme di metodi elaborati per descrivere i moti dei pianeti, compatibili con l'ipotesi geocentrica). Nelle sue grandi linee, la Fisica aristotelica era costituita da alcuni principi, che si possono brevemente riassumere nei termini seguenti:

1. L'Universo è chiuso, finito, a simmetria sferica, e il suo centro è il centro della Terra, che è immobile (è quindi *geocentrico*);
2. Le leggi e i fenomeni del mondo sublunare sono diversi da quelli del mondo superlunare (non ci sono quindi leggi fisiche valide in ogni luogo, ma si deve distinguere tra fenomeni terrestri e celesti);
3. Il mondo superlunare è imm modificabile (incorruttibile) e il moto caratteristico dei corpi che ne fanno parte è circolare, con centro nella Terra (quindi, nel cielo non dovrebbe accadere nulla di nuovo, e il suo aspetto nel corso dei secoli dovrebbe rimanere inalterato)
4. Invece, il mondo sublunare contiene oggetti corruttibili;
5. Le differenze qualitative di tutti i corpi derivano dalla presenza in ognuno di essi, in proporzioni diverse, dei 4 elementi (aria, fuoco, acqua, terra) - in realtà tutte o quasi le culture antiche o tradizionali concordano su questo punto;
6. Gli elementi acqua e terra hanno il loro 'luogo naturale' nel centro della Terra, mentre fuoco e aria tendono ad allontanarsene;
7. Non esiste il vuoto, quindi ogni corpo si muove attraverso un 'mezzo' materiale e può muoversi di moto uniforme solo se su di esso agisce una forza costante (per esempio, una nave si muove finché è sospinta dal vento o dalla forza dei remi; ciò vale pure per i pianeti, che debbono essere trascinati nel loro movimento eterno dalla forza impressa dal 'Motore immobile').
8. Nel mondo sublunare, vi è differenza tra 'moto naturale' e 'moto violento': il primo è quello spontaneo, determinato solo dalla 'natura' del corpo, definita dalla dottrina degli elementi; il secondo è caratteristico dei corpi sottoposti a forze - per es., lanciati come proiettili - ed è 'contro natura'. Perciò il moto violento non può durare all'infinito, dato che ogni corpo tende al suo luogo naturale.

Dall'elenco si deduce che - secondo le idee degli aristotelici - la gravità è la manifestazione della tendenza dei corpi 'gravi' - cioè costituiti essenzialmente da terra e acqua - a portarsi nel loro luogo naturale, cioè il centro della Terra, secondo un moto naturale, che è rettilineo e orientato verso il centro della Terra.. Gran parte dell'opera di Galileo consistette nel demolire i principi della Fisica aristotelica, sostituendoli con nuove leggi: però il contributo più importante e originale di Galileo (a parte le scoperte, per esempio in astronomia, attraverso l'uso del cannocchiale) consiste nel suo metodo. Secondo Galileo le leggi fisiche hanno una natura essenzialmente matematica e quindi possono essere scoperte o dimostrate mediante misure: perciò i risultati degli esperimenti, eseguiti più volte, assumono una importanza decisiva, perché è in base ad essi che lo scienziato può capire se le sue idee sono corrette o meno. Se le misure non corrispondono alle previsioni, le ipotesi fatte devono essere abbandonate, e bisogna cercarne delle altre. Ciò significa che ogni ragionamento deve essere controllato mediante misurazioni; affermazioni che non possono essere controllate mediante osservazioni non hanno rilevanza per lo studio della natura e debbono essere abbandonate. Lo studio sulla caduta dei gravi si inserisce in questo schema di opposizione generalizzata alle idee ancora correnti nel suo tempo ed è un esempio di applicazione del metodo di Galileo.

Gli aristotelici non riuscirono a determinare con chiarezza quale fosse l'esatta legge di caduta dei gravi, ma per lo più ritenevano che il tempo di caduta fosse determinato dal peso e dalla 'resistenza' che un corpo, cadendo, subisce da parte del 'mezzo' (l'aria). In realtà, la caduta di un corpo immerso in un fluido è evidentemente influenzata dalla presenza del mezzo, e questo è particolarmente evidente nel caso di oggetti molto leggeri (una piuma, una foglia...) o se il fluido è un liquido.

3

Galileo si convinse anzitutto che il peso non influirebbe sulla rapidità del moto di caduta di un corpo, se questo cadesse nel vuoto e non fosse rallentato da nessuna resistenza da parte di altri corpi. Questa conclusione non è affatto ovvia, dato che siamo portati a considerare il peso come la misura della tendenza dei corpi a cadere: ci si aspetterebbe che un corpo più pesante cada più in fretta di uno leggero. Inoltre, non ci troviamo nel vuoto, anzi Aristotele pensava che il vuoto fosse impossibile. A favore della sua tesi (che comunque venne proposta e sostenuta da alcuni fisici molto prima di lui), Galileo pose i risultati di semplici esperienze - forse compiute anche da lui stesso - nei quali oggetti di peso differente (per esempio, di un fattore 10), ma sufficientemente massicci, erano lasciati cadere nello stesso istante dalla sommità di un alto edificio. Si trova che le differenze dei tempi di caduta (se pure ci sono) sono piccolissime, rispetto alle differenze di peso, e possono attribuirsi al fatto che la resistenza dell'aria è più efficace se il peso è minore. Il peso, di per sé, non è determinante, neppure in piccola misura.

4

A questo punto, è possibile chiedersi quale è la legge del moto di caduta di un corpo. Questa legge, secondo il metodo di Galileo, deve essere di tipo quantitativo (la Fisica aristotelica era invece piuttosto di tipo *qualitativo*) e deve tradursi in una formula. Il problema non consiste nel determinare la causa del fenomeno, ma nello scoprire quale relazione matematicamente esprimibile lo descrive. È importante rendersi conto che a Galileo non interessa cercare perché i corpi cadono, ma stabilire come essi cadono. La ricerca di una legge fisica è cosa completamente diversa dalla ricerca di una causa in senso aristotelico. Questo modo di affrontare un problema in Fisica è diventato usuale dopo Galileo.

Galileo non si chiede cosa sia la gravità, cioè non cerca di determinare in che relazione questo fenomeno si pone rispetto ad altri concetti noti in base alla teoria aristotelica della causalità, in modo da ottenere una spiegazione verbale della sua natura, ma tenta di stabilire le leggi quantitative della caduta dei gravi.

In pratica, Galileo cercò di determinare la relazione tra lo spazio percorso e il tempo di caduta di un corpo (quella che oggi si chiama legge oraria del moto): infatti, era troppo difficile - dati anche gli strumenti dell'epoca - fare delle misure di velocità.

Non disponendo di orologi dotati di sufficiente precisione (i primi orologi meccanici a pendolo o a molla sono stati costruiti in seguito agli studi dello stesso Galileo), era praticamente impossibile misurare gli spazi percorsi lungo un moto verticale rispetto ai tempi. (la caduta lungo la verticale è molto rapida: un oggetto lasciato cadere impiega 1 secondo per percorrere 5 m, 2 secondi per 20 m). Per superare questa difficoltà, progettò di eseguire delle misure su corpi lasciati rotolare su piani debolmente inclinati; ovviamente il moto è notevolmente rallentato rispetto a quello di caduta libera, ma egli supponeva giustamente che la discesa su un piano inclinato avvenga secondo una legge dello stesso tipo, come se fosse una versione al rallentatore della caduta libera verticale; detto in termini moderni, se il moto lungo la verticale fosse uniformemente

accelerato, lo sarebbe anche quello su un segmento inclinato, salvo il diverso valore dell'accelerazione. A Galileo interessava anzitutto stabilire il tipo di movimento, e questo giustifica pienamente la sua procedura sperimentale. Dopo molte indagini, concluse che lo spazio percorso è proporzionale al quadrato del tempo, cosa che oggi si esprime mediante la nota formula

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

caratteristica dei moti uniformemente accelerati.

5

Galileo esaminò teoricamente alcune questioni riguardanti corpi che scendono rotolando senza attrito lungo piani inclinati; esse permettono anche di risalire al valore effettivo di 'g' - l'accelerazione di gravità, relativa alla caduta verticale.

In primo luogo, egli osservò che una sfera materiale perfettamente sferica che rotoli senza resistenze (attriti) su un piano indefinito perfettamente orizzontale si muoverebbe di moto uniforme per un tempo indefinito - ciò è una conseguenza ovvia dell'ipotesi, per cui l'origine del moto naturalmente accelerato è la gravità, e che il moto tende a conservarsi in assenza di resistenze. Inoltre, la pendenza di un piano determina l'incremento (aumento o diminuzione) della velocità; un corpo il quale, scendendo a partire da una certa altezza 'h' (misurata sulla verticale, non sul piano), giungesse al termine del piano con una velocità 'v', qualora dovesse risalire sullo stesso piano spinto verso l'alto con quella velocità iniziale 'v', ritornerebbe alla stessa altezza, 'h'. Ci si può chiedere: se un corpo scende lungo un piano e poi è fatto risalire su un secondo piano diversamente inclinato, riuscirebbe a raggiungere la stessa altezza, dalla quale era stato lasciato scendere lungo il primo? La risposta di Galileo è positiva: la relazione tra 'h' e 'v' non dipende dall'inclinazione del piano - questa determina solo il tempo di caduta - e quindi si può dire che la velocità finale raggiunta da un corpo dipende solo dall'altezza da cui cade, e viceversa, l'altezza alla quale può risalire su un piano dipende solo dalla velocità iniziale con cui è stato lanciato. Questa conclusione è abbastanza intuitiva: la gravità agisce solo lungo la verticale, ed è ragionevole dedurre che la velocità ottenuta dipenda solo dalla proiezione dello spazio percorso lungo la verticale e non dalla lunghezza del piano, né dal tempo.

Da questi risultati, si possono dedurre le seguenti conseguenze, relative a un insieme di piani inclinati aventi tutti la stessa altezza.

1. Il tempo che un corpo impiega per scendere lungo un piano è inversamente proporzionale all'accelerazione (la quale, evidentemente, dipende dall'inclinazione). Infatti, dato che 'h' è la stessa per tutti i piani considerati, anche la velocità raggiunta è la stessa: dato che questa è data da $a \times t$ (accelerazione $\times$ tempo), il prodotto at non cambia, cioè 'a' e 't' sono inversamente proporzionali.

2. La lunghezza 'l' del piano è direttamente proporzionale al tempo impiegato per percorrerlo. Come prima, la 'v' raggiunta è la stessa; si ha $l = \text{(velocità media)} \times \text{tempo}$ e quindi, trattandosi di moti uniformemente accelerati, per cui $\text{vel. media} = \text{metà di 'v' finale}$, si ottiene $l = (v/2) \times t$ - se 't' raddoppia, raddoppia anche 'l'.

3. L'accelerazione è inversamente proporzionale alla lunghezza del piano.

È una conseguenza immediata dei punti 1) e 2). Quindi, a parità di altezza, il prodotto $a \times l$ non cambia.

Infine, si può dimostrare la formula $a = \frac{h}{l} g$ (nota come “legge del piano inclinato”); infatti, dato che ‘h’ può essere considerata come lunghezza di un piano verticale inteso come il caso estremo del piano inclinato di massima pendenza, cui corrisponde l’accelerazione ‘g’, si ottiene (per il punto 3) $g \times h = a \times l$, e ricavando ‘a’ si ottiene la formula. Per esempio, se l’angolo formato del piano inclinato con un piano orizzontale fosse di 30° , e quindi $h = l/2$, si avrebbe $a = g/2$.

