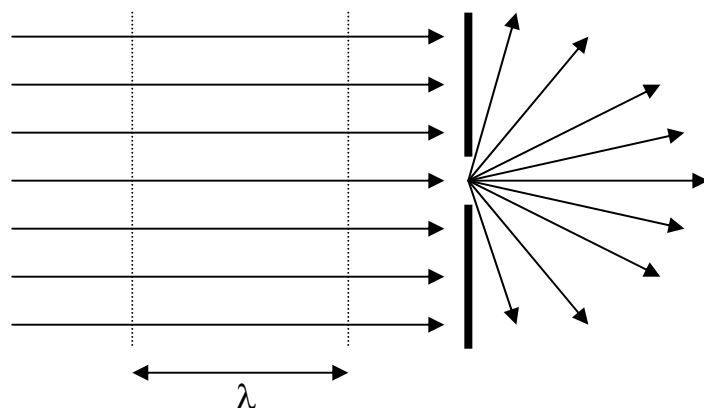


PRINCIPIO DI HUYGHENS E PROPAGAZIONE DELLE ONDE

Il principio di Huyghens fornisce una spiegazione di molti fenomeni ondulatori, quali la diffrazione, la riflessione e la rifrazione.

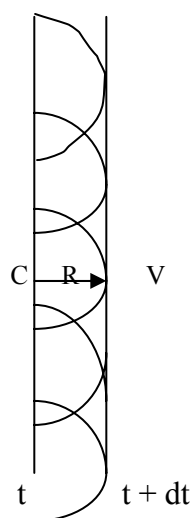
La *diffrazione* consiste nell'allargarsi del fronte d'onda, quando le onde incontrano un ostacolo. Supponiamo che un'onda, propagandosi in un mezzo elastico, incontri una parete con un'apertura; in questo caso, ci aspettiamo che, passando attraverso l'apertura, si propaghi oltre l'ostacolo. Sperimentalmente si osserva che, se la fenditura ha un diametro molto maggiore della lunghezza d'onda λ , la direzione di propagazione non viene modificata, cioè nel passaggio attraverso l'apertura le onde sembrano muoversi lungo i raggi uscenti dalla sorgente. Se si riduce l'ampiezza dell'apertura a dimensioni confrontabili con la λ , e soprattutto se l'apertura è (quasi) puntiforme, si nota che le onde si espandono oltre l'ostacolo come se avessero origine nell'apertura. Il fenomeno è tanto più evidente quanto minore è il rapporto $\frac{a}{\lambda}$ tra il diametro della fenditura e la lunghezza d'onda; nel caso in cui a è molto minore della λ , le onde si espandono lungo tutti i raggi uscenti dalla fenditura, coprendo un intero angolo piatto.



(Nel disegno, le frecce orizzontali parallele indicano i raggi delle onde, le righe verticali tratteggiate i fronti d'onda (creste) in un certo istante. In questo caso, l'apertura è minore della lunghezza d'onda e la diffrazione è molto accentuata. I fronti d'onda oltre la fenditura sono delle semicirconferenze, aventi centro nella fenditura, considerata puntiforme).

Il *principio di Huyghens* è suggerito proprio dal fenomeno della diffrazione da parte di un'apertura molto stretta. Secondo tale principio, il fronte d'onda (inteso per esempio come una linea costituita da creste, perpendicolare ai raggi) si propaga secondo il seguente processo: ogni punto del fronte d'onda emette in ogni istante t delle onde secondarie emisferiche (= semicircolari, nel caso di onde superficiali, che si propagano in un piano, o semisferiche, se si propagano nello spazio 3-dimensionale), e il fronte d'onda in un istante successivo, $t + dt$ (dt = intervallo di tempo piccolissimo), è dato dall'*inviluppo* dell'insieme delle onde secondarie generate nell'istante t . Per definizione, un inviluppo di una famiglia di curve (o di superfici) è una linea (o una superficie) che in ogni suo punto è tangente a una delle curve o superfici. Per capire il principio, consideriamo il caso di un'onda piana, cioè di un'onda i cui raggi sono paralleli (come nel disegno di sopra) e i cui fronti d'onda sono appunto dei piani, perpendicolari ai raggi. Un'onda del genere può essere prodotta da una sorgente puntiforme, e appare piana solo a grandissime distanze dalla sorgente e in piccole regioni dello spazio; è il caso dei raggi della luce solare, che sulla Terra sembrano paralleli. In base al principio di Huyghens, tutti i punti di ogni fronte d'onda (si considerino per es. le creste sullo stesso piano) in un dato istante t generano onde "secondarie" che si espandono nel senso di

avanzamento dell'onda, tali che i loro fronti d'onda sono delle superfici semisferiche (“emisferi”) che si allargano al passare del tempo; dopo un brevissimo intervallo di tempo dt , le onde secondarie hanno percorso una distanza $R = vdt$ essendo v la velocità di propagazione.



Il disegno evidenzia questo fenomeno. I punti del fronte d'onda nell'istante t (a sin.) creano onde secondarie, che nel tempo dt percorrono la distanza R , i cui vertici (punti di massima distanza dai rispettivi centri) si trovano tutti sullo stesso piano, parallelo al precedente. Questo piano è il fronte essendo in ogni suo punto tangente a una di queste semisfere.

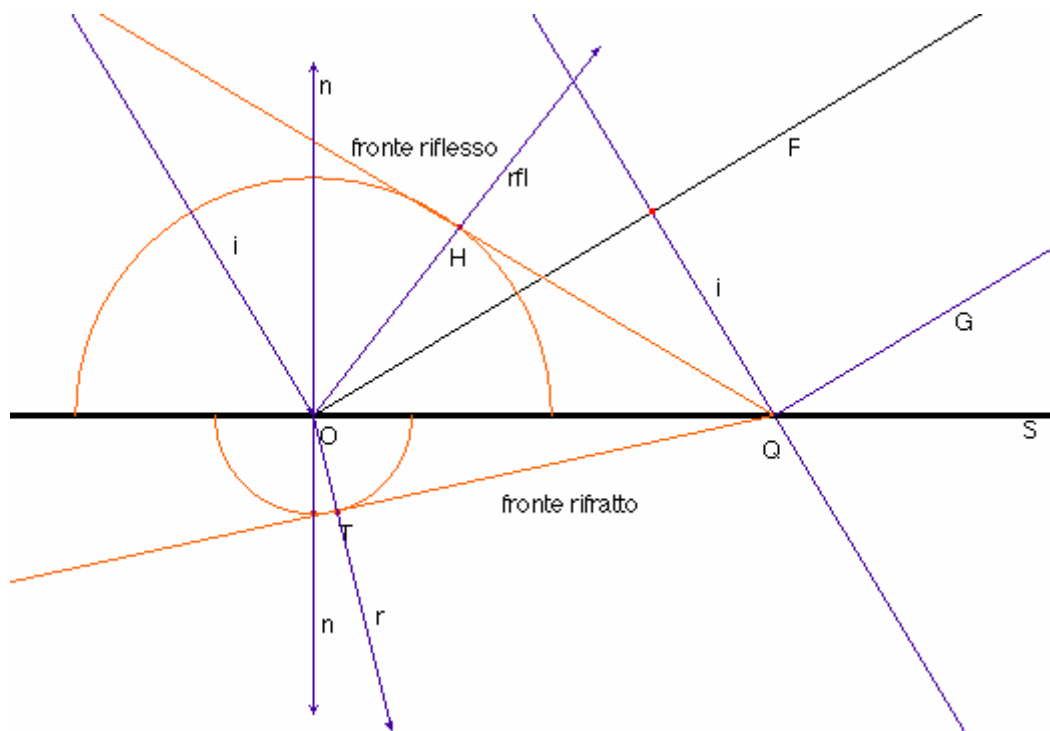
Fisicamente parlando, il principio di Huyghens può essere giustificato come segue.

Immaginiamo che tutte le particelle di una sostanza elastica siano connesse da *forze di coesione*, in modo che, quando una di esse viene spostata, anche le particelle circostanti vengano trascinate seguendone lo spostamento, con un piccolo ritardo nel tempo; ne segue che una perturbazione locale tende ad espandersi in tutto lo spazio circostante, con una velocità finita dipendente dalle proprietà meccaniche del mezzo elastico. Supponiamo ora che un'onda si espanda nello spazio; a un certo istante, il suo fronte d'onda più avanzato – cioè la linea di separazione tra lo spazio già perturbato e quello non ancora raggiunto dall'onda – arriva ad un punto P, che può essere pensato come una particella di un corpo elastico, e lo trascina verso l'alto (ponendo che si tratti di una cresta). A causa delle forze di coesione, tutte le molecole circostanti seguono il movimento di P; in particolare, vengono spostate verso l'alto le particelle che fino a quell'istante non erano ancora state raggiunte dall'onda. Nel loro insieme queste costituiscono una semisfera, che si allarga in tutte le direzioni nell'arco di un angolo piatto. Questo ragionamento può essere applicato a tutti i fronti d'onda, oltre a quello più avanzato. Il principio di Huyghens contiene quindi l'idea secondo cui le onde sono “autopropagate”, nel senso che il loro espandersi è una conseguenza di una infinità di perturbazioni originate dai singoli punti (particelle) di un corpo elastico, trasmesse localmente ai punti più vicini, nel senso dell'avanzamento dell'onda.

Il principio può spiegare tutti i fenomeni ondulatori, in particolare la *diffrazione* e la *rifrazione*. La somiglianza tra la diffrazione e il principio di Huyghens è evidente, e si spiega analizzando il caso della diffrazione attraverso una fenditura. Quando i fronti d'onda raggiungono l'ostacolo, essi vengono riflessi; si può pensare che i punti sulla superficie dell'ostacolo siano sorgenti di onde secondarie emisferiche, che però, in questo caso, si propagano “all'indietro”, nella zona che precede l'ostacolo. L'apertura – se molto piccola rispetto alla lunghezza d'onda – può essere considerata come un punto isolato del fronte d'onda, selezionato dalla forma dell'ostacolo. Le oscillazioni del punto si trasmettono alle particelle poste immediatamente oltre la parete, allargandosi fino a coprire

un angolo piatto (onde di superficie) o un semispazio (onde in tre dimensioni); se però l'apertura è grande rispetto alla lunghezza d'onda, la maggior parte dell'energia si propaga in linea retta.

L'altro fenomeno interpretabile è la *rifrazione*. Consideriamo un fronte d'onda piano F (= raggi paralleli) che nell'istante t colpisce la superficie di separazione S di due mezzi elastici, anch'essa piana. Il fronte d'onda generalmente è inclinato rispetto alla superficie S, e indichiamo con O il punto di contatto tra F e S (punto di incidenza) nell'istante t . Trattandosi di sostanze dalle caratteristiche fisiche diverse, saranno diverse anche le rispettive velocità di propagazione delle onde, che indichiamo con V_1 e V_2 rispettivamente. I punti della superficie di separazione vibrando generano onde secondarie in entrambi i mezzi; quelle che si propagano nel primo mezzo daranno origine a onde riflesse, quelle che penetrano nel secondo mezzo creano onde rifratte (generalmente, la maggior parte dell'energia vien trasmessa al secondo mezzo). Supponiamo che $V_2 < V_1$ (quindi che il secondo mezzo sia "più rifrangente" del primo). In questo caso, dopo un tempo (piccolissimo) dt il fronte d'onda primario ha percorso una distanza $D = V_1 dt$ e l'onda emisferica creata nel secondo mezzo a partire dal punto di incidenza O ha raggiunto un raggio $R = V_2 dt$, minore di D.



Il raggio incidente i colpisce la superficie di separazione S nel punto O. Per *angolo di incidenza* \hat{i} si intende l'angolo formato dal raggio incidente i e dalla normale n alla S. In quell'istante, il fronte d'onda è rappresentato da F. Si tenga presente che fronti d'onda e raggi di propagazione sono perpendicolari. In un tempo dt il fronte d'onda raggiunge la linea G. In questo tempo le vibrazioni indotte dall'azione del fronte d'onda incidente su S generano onde riflesse e onde rifratte con origine compresa tra i punti O e Q. In particolare, le onde riflessa e rifratta create in O nell'istante iniziale t hanno raggi rispettivamente $V_1 dt$ e $V_2 dt$; supponendo $V_2 < V_1$ il raggio dell'onda rifratta è minore. Ciò corrisponde al fatto che in un fenomeno di rifrazione si osserva un cambiamento della lunghezza d'onda: infatti, se l'intervallo di tempo dt è uguale al periodo di oscillazione T, dalla relazione $\lambda = V \cdot T$ si deduce proprio che le lunghezze d'onda sono proporzionali alla velocità di propagazione.

I fronti d'onda riflesso OH e rifratto PT, secondo Huyghens, sono involuppi rispettivamente delle famiglie di onde secondarie emisferiche, sia riflesse che rifratte, cioè sono tangenti a ciascuna

delle onde secondarie. Per *angolo di rifrazione* \hat{r} si intende l'angolo acuto formato dalla normale e dal raggio rifratto.

Per tracciare i fronti d'onda riflesso e rifratto, basta considerare che i rispettivi involucri hanno origine in Q (dove, nell'istante $t + dt$, si stanno originando le onde secondarie) e devono essere tangenti in H e in T rispettivamente alle onde riflessa e rifratta originate in P. Dato che i raggi sono perpendicolari ai fronti d'onda, i triangoli PHQ e PTQ sono rettangoli in H e T, rispettivamente. In base alla trigonometria, in ogni triangolo rettangolo un cateto è uguale al prodotto dell'ipotenusa per il seno dell'angolo ad esso opposto. Perciò si ottiene (vedi disegno)

$PT = PQ \sin(\hat{OQT})$ e $HQ = PQ \sin(\hat{OQH})$. Inoltre, $\hat{OQT} = \hat{r}$ e $\hat{OQH} = \hat{i}$ (perché complementari dello stesso angolo). Semplificando si ottiene

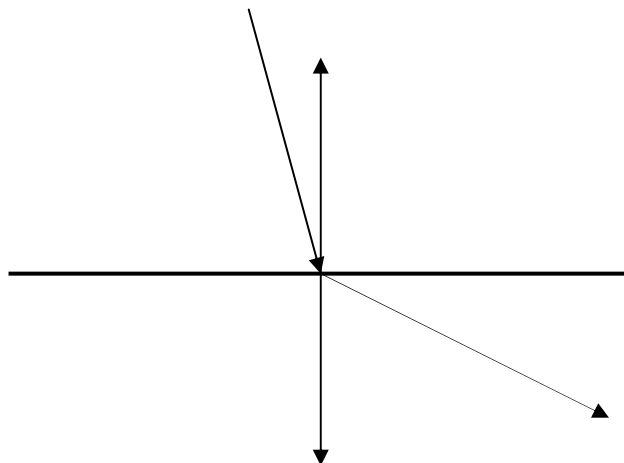
$$HQ : PT = \sin \hat{i} : \sin \hat{r} \quad ; \quad \text{ma } HQ = V_1 dt \quad \text{e} \quad PT = V_2 dt \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{che richiama la legge di Snell, per la quale } \frac{\sin i}{\sin r} = n_{1,2} \quad \text{essendo } n_{1,2} \text{ l'indice}$$

di rifrazione *relativo*. Il principio di Huyghens quindi dimostra che la rifrazione è dovuta al cambiamento della velocità di propagazione delle onde, ed evidenzia come l'indice di rifrazione relativo dipenda dal rapporto tra le velocità di propagazione nei due mezzi:

$$n_{1,2} = \frac{V_1}{V_2}$$

Se – come ipotizzato finora - $V_1 > V_2$ (secondo mezzo più rifrangente del primo), allora $n_{1,2} > 1 \Rightarrow \sin \hat{i} > \sin \hat{r}$ e quindi $\hat{i} > \hat{r}$, il che è ovvio, dato che l'onda rifratta si propaga più lentamente di quella incidente. Si dimostra quindi che *la variazione della direzione di propagazione dell'onda osservata nella rifrazione è dovuta al cambiamento della velocità di propagazione*, che si manifesta come un avvicinamento del raggio rifratto alla normale nel caso considerato, come un allontanamento nel caso in cui il secondo mezzo è meno rifrangente del primo.



Un'altra conseguenza immediata di questa relazione è che, se l'ordine dei due mezzi viene invertito, l'indice di rifrazione $n_{2,1}$ è il reciproco di $n_{1,2}$: cioè $n_{2,1} = \frac{1}{n_{1,2}}$.